

量子力学の基本性質

シャンチャー

2005.3.4

1 固有関数と固有値

この單元に関しては、まだ正確に理解し切れていない部分もあるが、およそこんなことだろうということを述べたいと思う。

1.1 固有値と固有関数とスペクトルとは

まず、定式的な話からしよう。

ある演算子 A が波動関数に作用するとして、そのときに単なる数 a ができたとき。

a を固有値といい、 A をその演算子の固有関数という。つまり、

$$A\psi(\mathbf{r}, t) = a\psi(\mathbf{r}, t)$$

と定式化できる。

ただこれだけではよく分からないので、準備として次のことも定義する。演算子 Ω を考えまして、波動関数 $\phi(\mathbf{r})$ を作用させると

$$\Omega\phi(\mathbf{r}) = \omega\phi(\mathbf{r})$$

という、上式の関係を満たす固有関数 $\phi(\mathbf{r})$ と固有値 ω は実はいくらでも存在してその一組を

$$\Omega\phi_n(\mathbf{r}) = \omega_n\phi_n(\mathbf{r})$$

と書き直す。整数 n は量子数といい、このような固有値全体の集合をスペクトルという。

演算子の性質によって、連続スペクトルになるのもあれば、離散スペクトルになることもある

以上は準備であるが、実際なんのこっちゃと思われる方も多いと思う。これは準備なのでもう少し以下のことを見たら、なんとなく理解はできるのじゃないだろうか？

ここで以前述べたこととダブル部分があるが量子力学の仮定をまとめておこう。

量子力学の仮定

1. すべての粒子は波動的な性質を持つという実験事実により、粒子には波動関数 $\psi(r, t)$ が存在し、粒子の状態（情報）を表す。波動関数は重ねあわせができるものとする。
2. 物理量、ここではそれを力学変数ということにして、これらは波動関数に作用する演算子で表すことができる。たとえば、座標、エネルギー、運動量などである。
3. 個々の測定で得られる測定値（エネルギーや座標など）は、その測定している力学変数を表す演算子 Ω の固有値 ω_n のみがそれをあらわす。要するに固有値が物理量を表す。
- 4.