量子力学の基本性質

シャンチー

2005.3.4

1　連続スペクトル

　前の節で、トビトビの場合のスペクトルに関する固有関数の性質について述べた。
次に、連続な固有値（スペクトル）を持つときの固有関数の性質について考えよう
まず、例で考えてみよう。運動量演算子 $\frac{\hbar}{i}\nabla$ は連続スペクトルを作る。
というのは、運動量の固有関数は以下の方程式の解であり

$$\frac{\hbar}{i}\nabla\phi_p(\boldsymbol{r}) = (\boldsymbol{p})\phi_p(\boldsymbol{r})$$

この解を求めると、

$$\phi_p(\boldsymbol{r}) = C_p e^{\frac{i\boldsymbol{pr}}{\hbar}}$$

となるので、$\int d^3r|\phi_p(\boldsymbol{r})|^2$ は発散する。つまり、$|\phi_p(\boldsymbol{r})|^2$ が無限遠方でゼロにならないことを意味する。
これは、無限遠方に粒子が存在していることになり、そうすると固有値は連続スペクトルになる。このことを、以下でもっと具体的に見ていこう。

1.1　連続スペクトルを持つ固有関数

　固有値が連続スペクトルになる演算子 A の固有関数の性質を調べる。
この時の固有関数 ϕ は

$$A\phi = \alpha\phi$$

を満足する。固有関数は連続スペクトル α をもつから、任意の波動関数 $\psi(\boldsymbol{r})$ を

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \int d\alpha c(\alpha)\phi(\boldsymbol{r})$$

の形で展開できる。